

Ανάλυση ευαισθησίας για αποκατάσταση υφιστάμενων κτηρίων με γνώμονα την αντισεισμική τους συμπεριφορά Sensitivity analysis for retrofit of existing buildings to withstanding earthquake-induced loads

Γ.Δ. ΜΑΝΩΛΗΣ¹, Χ.Γ. ΠΑΝΑΓΙΩΤΟΠΟΥΛΟΣ², Η.Α. ΠΑΡΑΣΚΕΥΟΠΟΥΛΟΣ³, Φ.Ε.
ΚΑΡΑΟΥΛΑΝΗΣ⁴, Γ.Ν. ΒΑΔΑΛΟΥΚΑΣ⁵, Α.Γ. ΠΑΠΑΧΡΗΣΤΙΔΗΣ⁶

ΠΕΡΙΛΗΨΗ : Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μια μεθοδολογία ανάλυσης της κατασκευαστικής ευαισθησίας υφιστάμενων κτηρίων υπό στατικές και δυναμικές συνθήκες φόρτισης. Πιο συγκεκριμένα, λαμβάνονται υπ' όψη συμβατικές πλαίσιακές κατασκευές που παρουσιάζουν διαφραγματική λειτουργία με (ή δίχως) τοιχεία. Επίσης, το περιβάλλον έδαφος διακριτοποιείται μέσω ελατήριων, ούτως ώστε οι συνδετήριες δοκοί της θεμελίωσης να μπορούν να θεωρηθούν ως δοκοί τύπου Winkler. Αρχικά μελετάται η στατικού-τύπου ευαισθησία, και υπολογίζονται αδιάστατοι συντελεστές στους βαθμούς ελευθέριας του προσομοιωμάτος της κατασκευής για τις μετακινήσεις και τα εντατικά μεγέθη που αναπτύσσονται. Οι ιδιότητες των δομικών στοιχείων που παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα (παράμετροι ευαισθησιών) ποικίλουν και παρουσιάζονται στα πλαίσια της παρούσης εργασίας. Σε μια δεύτερη φάση που αφορά στις δυναμικές φορτίσεις, η ανάλυση ευαισθησίας γίνεται για το ιδιομορφικό πρόβλημα. Συγκεκριμένα, υπολογίζονται αδιάστατοι συντελεστές ευαισθησίας για τις ιδιοσυχνότητες (ή τις ιδιοπεριόδους) της κατασκευής. Αυτό επιτρέπει τη χρήση της φασματικής ανάλυσης για υφιστάμενα (κυρίως για διατηρητέα) κτήρια, προκειμένου να επισκευασθούν (ή να αναπαλαιωθούν) με γνώμονα την ικανοποίηση των σχετικών διατάξεων του αντισεισμικού κανονισμού (ΕΑΚ 2000, ΕΚΟΣ 2000) καθώς και του κανονισμού επεμβάσεων (ΚΑΝΕΠΕ 2004).

ABSTRACT : In this work, a sensitivity analysis for structures is formulated for both static and dynamic conditions. In particular, conventional buildings are considered that consist of beam-column frames, with or without shear walls, and with diaphragm action assumed for the flooring system. Furthermore, a Winkler-type foundation exists for the foundation system comprising connector beams, whereby the soil is represented by discrete spring constants. For static analysis purposes, dimensionless sensitivity factors are computed at the degrees-of-freedom of the finite element model of the building regarding both kinematic (i.e., displacements and rotations) and stress fields. The key sensitivity parameters in the

¹ Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών (ΤΠΜ), Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης (ΑΠΘ), 54124 Θεσσαλονίκη, email: gdm@civil.auth.gr

² Πολιτικός Μηχανικός, Υποψήφιος Διδάκτωρ, ΤΠΜ, ΑΠΘ, 54124 Θεσσαλονίκη, email: pchr@civil.auth.gr

³ Πολιτικός Μηχανικός, Διδάκτωρ ΤΠΜ, ΑΠΘ, 54124 Θεσσαλονίκη, email: eapcivil@yahoo.gr

⁴ Πολιτικός Μηχανικός, MSc, Υποψήφιος Διδάκτωρ ΤΠΜ, ΑΠΘ, 54124 Θεσσαλονίκη, email: fkar@civil.auth.gr

⁵ Πολιτικός Μηχανικός, VK-4M Τεχνική Εταιρεία, Μυκηνών 9, Χαλάνδρι, 15233 Αθήνα, email: aris@4m.gr

⁶ Πολιτικός Μηχανικός, VK-4M Τεχνική Εταιρεία, Μυκηνών 9, Χαλάνδρι, 15233 Αθήνα, email: georgev@4m.gr

methodology are identified and subsequently presented. As far as dynamic analysis is concerned, we focus on the eigenvalue problem. This allows the use of spectral analysis for existing (primarily heritage-type) buildings that are to be retrofitted (or renovated) in view of full compliance with contemporary Greek national building and earthquake codes.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι έννοιες της “δομικής ευαισθησίας” (structural sensitivity) σε αιτιοκρατικό περιβάλλον (deterministic environment) και της “στοχαστικής δομικής ευαισθησίας” (stochastic structural sensitivity) σε πιθανοτικό περιβάλλον (probabilistic environment) αποτελούν συνέχεια της κλασσικής στατικής / δυναμικής ανάλυσης των κατασκευών, όπου σε πρώτη φάση προσδιορίζεται η κινηματική και η εντατική κατάσταση του υπό εξέταση φορέα υπό στατικά / δυναμικά φορτία (Haukaas and Kiureghian, 2004 και Manolis and Koliopoulos, 2001). Το επόμενο βήμα, όπου υπεισέρχεται η έννοια της δομικής ευαισθησίας, αφορά στη μεταβολή της κινηματικής / εντατικής κατάστασης του φορέα ως συνάρτηση αλλαγών που πραγματοποιούνται στη γεωμετρία και στις μηχανικές του ιδιότητες των επιμέρους δομικών στοιχείων (Liu et al., 1986; Vanmarke et al., 1986; Manolis et al., 1990; Kleiber et al., 1997). Πρακτικά, αυτές οι αλλαγές έχουν να κάνουν με τα εξής κατασκευαστικά θέματα:

- (1)Επισκευές και επεμβάσεις στον αρχικό φορέα με στόχο την αποκατάσταση της αρχικής του μορφής (αναπαλαίωση όταν πρόκειται για διατηρητέα κτήρια).
- (2)Ενισχύσεις και αποκαταστάσεις σε υπάρχοντα φορέα ώστε να ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις των νέων κανονισμών.
- (3)Οι συνήθεις επισκευές που απαιτούνται κατά τη διάρκεια ζωής μιας συμβατικής κατασκευής για την σωστή και ασφαλή της λειτουργία.

Μία ανάλυση δομικής ευαισθησίας έχει τη δυνατότητα να προσδιορίσει επακριβώς τις επιπτώσεις της συγκεκριμένης επέμβασης (π.χ., επιλεκτική ενίσχυση των στύλων του ισογείου) στην εντατική και κινηματική κατάσταση που αναπτύσσεται στο φορέα για τις συνήθεις κατηγορίες φορτίων, δηλαδή μόνιμα, κινητά, σεισμικά, κλπ. Κατ’ αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται μια οικονομική και αποτελεσματική αξιοποίηση των εργασιών αποκατάστασης και των υλικών που χρησιμοποιούνται γι’ αυτό το σκοπό. Σημειώνουμε τέλος πως δεν είναι δυνατή η επίτευξη της βέλτιστης λύσης για ένα συγκεκριμένο στόχο, όπως π.χ. η μείωση μιας κρίσιμης μετακίνησης οροφής ή μιας τέμνουσας βάσης μέσα σε κάποιο αποδεκτό όριο για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς φόρτισης, επειδή αυτό άπτεται του θέματος της “αντίστροφης ανάλυσης” (inverse analysis), που είναι μία διαφορετική κατηγορία επίλυσης προβλημάτων της μηχανικής των κατασκευών. Απλώς, η ανάλυση δομικής ευαισθησίας δείχνει σε ποιο σημείο της κατασκευής έχουμε τις μεγαλύτερες διακυμάνσεις της απόκρισης (ελάχιστα / μέγιστα), σε σχέση πάντα με μία συγκεκριμένη επέμβαση.

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΔΟΜΙΚΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

Στην ενότητα που ακολουθεί, θα αναπτυχθεί το θεωρητικό υπόβαθρο της δομικής ευαισθησίας, ξεκινώντας από τις βασικές αρχές της μηχανικής του ελαστικού σώματος.

Ισχυρή διατύπωση του προβλήματος της γραμμικής ελαστικότητας

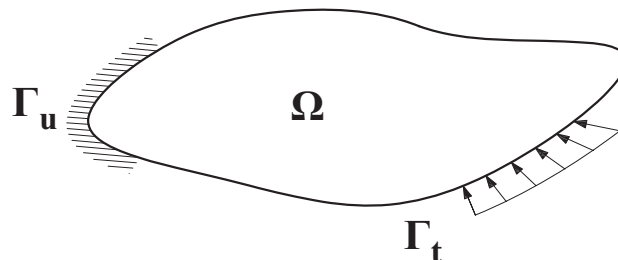
Το σύνολο των εξισώσεων που απαιτούνται για την βασική περιγραφή του προβλήματος της μηχανικής συμπεριφοράς ενός δομικού στοιχείου (ή σώματος, δες Σχ. 1) που καταλαμβάνει το χωρικό πεδίο Ω και με σύνορα $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_t$ έχει ως εξής:

$$\frac{\partial \mathbf{s}^i}{\partial x_i} + \mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (1)$$

$$\mathbf{s}^i \mathbf{n}_i = \mathbf{t}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_t \quad (2a)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_u \quad (2b)$$

Στις Εξισώσεις (1) – (2), το διάνυσμα \mathbf{x} υποδηλώνει τις χωρικές συντεταγμένες, το διάνυσμα \mathbf{u} περιγράφει το πεδίο των μετακινήσεων ενώ τα διανύσματα \mathbf{f} και \mathbf{t} είναι οι κατανεμημένες



Σχήμα 1. Ελαστικό σώμα στον τρισδιάστατο χώρο.

πεδριακές δυνάμεις και οι προκαθορισμένες τάσεις στο σύνορα Γ_t αντιστοίχως. Με Γ_u υποδηλώνεται το τμήμα του συνόρου του σώματος στο οποίο οι μετακινήσεις είναι προκαθορισμένες. Τέλος, \mathbf{s}^i είναι το διάνυσμα των τάσεων ενώ \mathbf{n}_i οι συνιστώσες ενός μοναδιαίου διανύσματος, εξωτερικά κάθετου προς το σύνορο Γ . Το προαναφερόμενο σύνολο εξισώσεων επαυξάνεται με τις καταστατικές εξισώσεις που συνδέουν τάσεις και παραμορφώσεις (εδώ γίνεται θεώρηση γραμμικής ελαστικότητας), καθώς και τις γεωμετρικές συνθήκες οι οποίες συνδέουν τα πεδία των παραμορφώσεων και μετακινήσεων.

Ασθενής διατύπωση του προβλήματος της γραμμικής ελαστικότητας

Πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση (1) με μια συνάρτηση 'βάρους' w , όπου

$$w \in V \quad V = \{w \in H^1(\Omega) : w = 0 \text{ στο } \Gamma_u\} \quad (3)$$

και ολοκληρώνοντας στο χωρικό πεδίο του σώματος, και ταυτόχρονα εφαρμόζοντας το θεώρημα του Green όπου λαμβάνονται υπ' όψη οι φυσικές συνοριακές συνθήκες (natural boundary conditions) της εξίσωσης (2a), λαμβάνουμε την ακόλουθη έκφραση που αποτελεί την 'ασθενή' διατύπωση (weak formulation) του προβλήματος (Wempner and Talaslidis, 2003):

$$\dot{\delta}_w \mathbf{s}^i \times \frac{\delta \mathbf{W}}{\delta \mathbf{x}_i} dW - \dot{\delta}_w \mathbf{f} \times \mathbf{w} dW - \dot{\delta}_{G_i} \mathbf{t} \times \mathbf{w} dW = 0 \quad (4)$$

Στην ανωτέρω ‘ασθενή’ διατύπωση του προβλήματος, οι καταστατικές εξισώσεις και οι γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ παραμορφώσεων και μετακινήσεων θεωρείται ότι ικανοποιούνται σημειακά (ισχυρή μορφή).

Λαμβάνοντας υπόψη τις εκάστοτε παραδοχές για τις βασικές μεταβλητές του ελαστικού πεδίου, καθώς και για τις αντίστοιχες δοκιμαστικές συναρτήσεις (trial functions) ανάλογα με τον τύπο του πεπερασμένου στοιχείου που θα αναπτυχθεί, και εκτελώντας τις ολοκληρώσεις, καταλήγουμε στην ακόλουθη συνήθη διακριτοποιημένη αλγεβρική μορφή του προβλήματος:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{w}^T (\mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{f}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}^0 \text{ στο } \Gamma_u \end{aligned} \quad (5)$$

όπου \mathbf{K} είναι το μητρώο δυσκαμψίας και \mathbf{u} , \mathbf{f} τα διανύσματα μετακινήσεων και εξωτερικών φορτίσεων αντίστοιχα. Αξίζει να σημειωθεί πως για να παραχθούν συμμετρικά αλγεβρικά συστήματα, θα πρέπει να υιοθετηθούν οι κοινές παραδοχές για τις μεταβλητές του προβλήματος και τις αντίστοιχες δοκιμαστικές συναρτήσεις.

Ασθενής διατύπωση του προβλήματος ευαισθησίας

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας περιοριζόμαστε στη παρουσίαση της ευαισθησίας ως προς μια μηχανική παράμετρο, καθώς θεωρούμε πως η επέκταση σε προβλήματα με παραπάνω από μια παράμετρο είναι άμεση. Θεωρούμε συνεπώς πως κάθε χαρακτηριστικό δομικό στοιχείο του ελαστικού συστήματος P έχει μια τιμή αναφοράς P^0 που μπορεί να μεταβάλλεται σε σχέση με μια συγκεκριμένη παράμετρο h , δηλαδή:

$$P_j = P_j^0 \times h \quad (6)$$

Έστω λοιπόν h η παράμετρος ως προς την οποία θέλουμε να μελετήσουμε την ευαισθησία του προβλήματος. Παραγωγίζοντας την ‘ασθενή’ έκφραση του προβλήματος ως προς την θεωρούμενη παράμετρο h και λαμβάνοντας υπ’ όψη πως οι δοκιμαστικές συναρτήσεις δεν εξαρτώνται από αυτή, εξάγουμε την ασθενή διατύπωση του προβλήματος ευαισθησίας:

$$\dot{\delta}_w \mathbf{s}^i_{,h} \times \frac{\delta \mathbf{W}}{\delta \mathbf{x}_i} dW - \dot{\delta}_w \mathbf{f}_{,h} \times \mathbf{w} dW - \dot{\delta}_{G_i} \mathbf{t}_{,h} \times \mathbf{w} dW = 0 \quad (7)$$

Εισάγοντας στην εξίσωση (7), όπως και παραπάνω, τις αντίστοιχες παραδοχές για τις βασικές μεταβλητές και τις δοκιμαστικές συναρτήσεις καταλήγουμε στη διακριτοποιημένη αλγεβρική έκφραση του προβλήματος ευαισθησίας ως προς τη παράμετρο h :

$$\delta \mathbf{w}^T (\mathbf{K}_{u,h} + \mathbf{K}_{,h} \mathbf{u} - \mathbf{f}_{,h}) = \mathbf{0} \quad \mathbf{u}_{,h} = \mathbf{K}^{-1} (-\mathbf{K}_{,h} \mathbf{u} + \mathbf{f}_{,h}) \quad (8)$$

Από την παραπάνω σχέση προσδιορίζονται οι συντελεστές ευαισθησίας $\mathbf{u}_{,h}$ του διανύσματος απόκρισης \mathbf{u} . Η συνολική μεταβολή του διανύσματος απόκρισης \mathbf{u} , ή διαφορετικά η εκτίμηση του διανύσματος \mathbf{u} για δεδομένη μεταβολή της παραμέτρου h ίση με δh δίνεται από την ακόλουθη σχέση (προσέγγιση πρώτης τάξης):

$$d\mathbf{u} = \mathbf{u}_{,ekt} - \mathbf{u} = \mathbf{u}_{,h} \times dh \quad (9)$$

Η αντίστοιχη μεταβολή για τις εσωτερικές δυνάμεις του μηχανικού συστήματος δίνεται ως εξής:

$$d\mathbf{f}_{int} = (\mathbf{K}_{,h} \times \mathbf{u} + \mathbf{K} \times \mathbf{u}_{,h}) \times dh \quad (10)$$

Διατύπωση του προβλήματος ευαισθησίας για τη περίπτωση του ιδιοπροβλήματος

Το τυπικό ιδιοπρόβλημα ενός διακριτοποιημένου μηχανικού συστήματος (κατασκευής) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_i - \omega_i^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_i = \mathbf{0} \quad (11)$$

όπου \mathbf{K} και \mathbf{M} τα συνήθη συμμετρικά μητρώα δυσκαμψίας και μάζας, ω_i η i -ιστή ιδιοσυχνότητα του συστήματος και $\boldsymbol{\varphi}_i$ το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα (ή ιδιομορφή). Παραγωγίζοντας την εξίσωση (11) ως προς μια παράμετρο ευαισθησίας h , πολλαπλασιάζοντας (από αριστερά) με το ιδιοδιάνυσμα $\boldsymbol{\varphi}_i$ και λαμβάνοντας υπ' όψη τις σχέση ορθογωνικότητας των ιδιοδιανυσμάτων ως προς τα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας, καταλήγουμε στη παρακάτω σχέση που δίνει την ευαισθησία της i -ιστής ιδιοσυχνότητας:

$$w_{i,h} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K}_{,h} \boldsymbol{\varphi}_i - \omega_i^2 \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}_{,h} \boldsymbol{\varphi}_i}{2\omega_i \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} \quad (11)$$

Η αντίστοιχη μεταβολή στην i -ιστή ιδιοσυχνότητα του συστήματος και ως επακόλουθο η εκτίμηση αυτής για δεδομένη μεταβολή της παραμέτρου h ίση με δh δίνεται από τη σχέση

$$dw_i = w_{i,ekt} - w_i = w_{i,h} \times dh \quad (12)$$

ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΕ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Το θεωρητικό υπόβαθρο που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα απετέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη λογισμικού Η/Υ με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ως προϊόν συνεργασίας μεταξύ του Εργαστηρίου Στατικής και Δυναμικής των Κατασκευών του Αριστοτέλειου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης και της εταιρείας VK-4M των Αθηνών, έτσι ώστε να είναι δυνατή πλήρης συμβατότητα του παρόντος λογισμικού με τα αντίστοιχα επαγγελματικά προγράμματα της εταιρείας. Το παραγόμενο λογισμικό αποτελεί ένα πλήρες πακέτο πεπερασμένων στοιχείων, συμπεριλαμβανομένης της δυνατότητας αναλύσεων

ευαισθησίας της απόκρισης κατασκευών ως προς συγκεκριμένα μηχανικά χαρακτηριστικά των επιμέρους δομικών στοιχείων. Τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά αυτά των δομικών στοιχείων που απαρτίζουν μια κατασκευή παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 παρακάτω.

Πίνακας 1. Μεταβλητές (παράμετροι) ευαισθησίας δομικού στοιχείου.

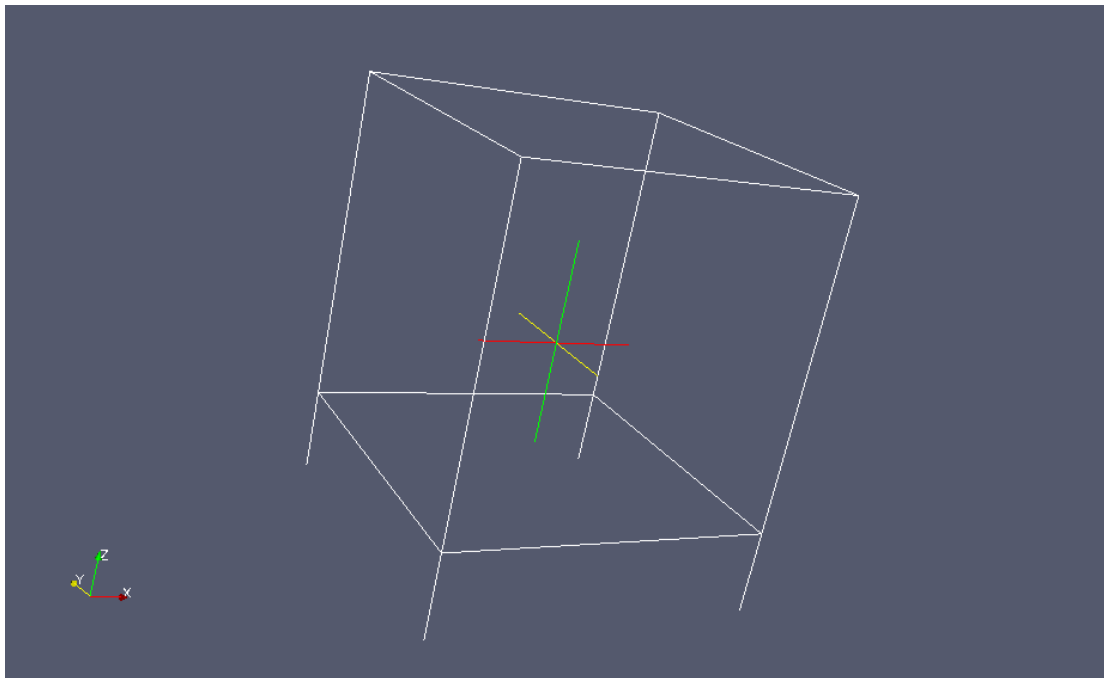
A/A Παραμέτρου	Συμβολισμός (μονάδες)	Περιγραφή Παραμέτρου
1	E (kN/m ²)	μέτρο ελαστικότητας
2	A (m ²)	εμβαδόν διατομής
3	J (m ⁴)	στρεπτική ροπή αδράνειας διατομής
4	I_{yy} (m ⁴)	ροπή αδράνειας ως προς τον γ-άξονα του στοιχείου
5	I_{zz} (m ⁴)	ροπή αδράνειας ως προς τον z-άξονα του στοιχείου
6	K_{fs} (kN/m)	σταθερά ελατηρίου
7	ρ (t/m ³)	πυκνότητα μάζας

Όπως φαίνεται από τις σχέσεις της προηγούμενης ενότητας για τις αναλύσεις ευαισθησίας, μια βασική προϋπόθεση για την ανάλυση είναι ο ικανοποιητικός ακρίβειας υπολογισμός των παραγώγων (ή κλίσεων) των μεγεθών απόκρισης ως προς διάφορες μηχανικές παραμέτρους. Ο παραπάνω υπολογισμός των κλίσεων μπορεί να γίνεται είτε με τη άμεση μέθοδο παραγώγισης, την οποία και θα αναφέρουμε εδώ ως **ΑΜΠ**, είτε έμμεσα όπως μέσω κάποιου σχήματος πεπερασμένων διαφορών αναφέρουμε ως **ΜΠΔ**. Σημειώνεται πως η κλίση (ή ευαισθησία) του διανύσματος των μετακινήσεων της κατασκευής υπολογίζεται με την **ΑΜΠ** μέσω των παράγωγων μητρώων δυσκαμψίας και μάζας ως προς τις παραμέτρους που εμπεριέχονται στον Πίνακα 1. Μια άλλη δυνατότητα του λογισμικού είναι ο υπολογισμός των δεικτών ανεπάρκειας, καθώς και των ευαισθησιών αυτών, όπως αυτοί αναφέρονται στο προσχέδιο του κανονισμού επεμβάσεων (ΚΑΝΕΠΕ 2004). Η περιγραφή του υπολογισμού των δεικτών ανεπάρκειας, όπως και των ευαισθησιών αυτών ως προς τις παραμέτρους που δίνονται στον Πίνακα 1, περιγράφονται σε επόμενη ενότητα. Εδώ απλώς αναφέρουμε πως για τον υπολογισμό των ευαισθησιών τους χρησιμοποιείται η **ΜΠΔ**. Επίσης, στο παράρτημα της παρούσας εργασίας δίνεται συνοπτική περιγραφή του λογισμικού Η/Υ της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε από το Εργαστήριο Στατικής.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΙΔΙΟΤΙΜΩΝ

Ως παράδειγμα εφαρμογής της ανάλυσης ευαισθησίας του προβλήματος ιδιοτιμών παρουσιάζουμε εδώ ένα απλό μονώροφο κτήριο από οπλισμένο σκυρόδεμα (δες Σχ. 2) και παρατηρούμε την ευαισθησία της πρώτης ιδιοσυχνότητας του ως προς μεταβολές των χαρακτηριστικών παραμέτρων, όπως αυτές παρουσιάζονται στον Πίνακα 1, για ένα από τα υποστυλώματα του. Με το τρόπο αυτό μπορούμε να εντοπίσουμε τη σημαντικότητα των εκάστοτε παραμέτρων στις ιδιοτιμές ενός κατασκευαστικού συστήματος. Όπως φαίνεται από τη σύνοψη των αποτελεσμάτων που δίδονται στον Πίνακα 2, το μέγεθος των αδιάστατων

συντελεστών ευαισθησίας απεικονίζουν κατά πόσο η συγκεκριμένη μηχανική παράμετρος επηρεάζει ή όχι τη δυναμική συμπεριφορά του κτηρίου.



Σχήμα 2. Μονώροφο κτήριο: επιρροή των ελαστικών παραμέτρων στα δυναμικά του χαρακτηριστικά.

Πίνακας 2. Μεταβλητές ευαισθησίας.

A/A Χαρακτηριστικής Παραμέτρου	Συμβολισμός	Αδιάστατοι Συντελεστές Ευαισθησίας της Πρώτης Ιδιοσυχνότητας του Κτηρίου
1	E	4.0308 E-005
2	A	-7.7455 E-006
3	J	4.4657 E-012
4	I_{yy}	1.6033 E-008
5	I_{zz}	1.6042 E-004
6	K_{fs}	0.0000 E+000
7	ρ	-7.9329 E-006

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΟΜΙΚΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΕΠΙ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ ΑΝΕΠΑΡΚΕΙΑΣ

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ένα παράδειγμα εφαρμογής της δομικής στατικής ευαισθησίας των δεικτών ανεπάρκειας ορόφων ενός πενταόροφου κτηρίου. Η παράμετρος ως προς την οποία εντοπίζεται η ευαισθησία της απόκρισης και των δεικτών ανεπάρκειας είναι η δυσκαμψία των τοιχοπληρώσεων. Στο εν λόγω μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής, οι τοιχοποιίες των πλαισίων έχουν προσομοιωθεί με ισοδύναμες διαγώνιες ράβδους. Ο έλεγχος της ευαισθησίας γίνεται ως προς το εμβαδόν διατομής αυτών των ράβδων που ουσιαστικά ισοδυναμεί με τη δυσκαμψία τους. Σημειώνουμε πως εναλλακτικά θα μπορούσε η εφαρμογή να γίνει ως προς το μέτρο ελαστικότητας των στοιχείων τοιχοπλήρωσης. Επίσης, είναι σημαντικό να τονισθεί ότι ενώ για τις ευαισθησίες των μεγεθών απόκρισης και πάντα στα πλαίσια της γραμμικά ελαστικής ανάλυσης, είναι δυνατό να

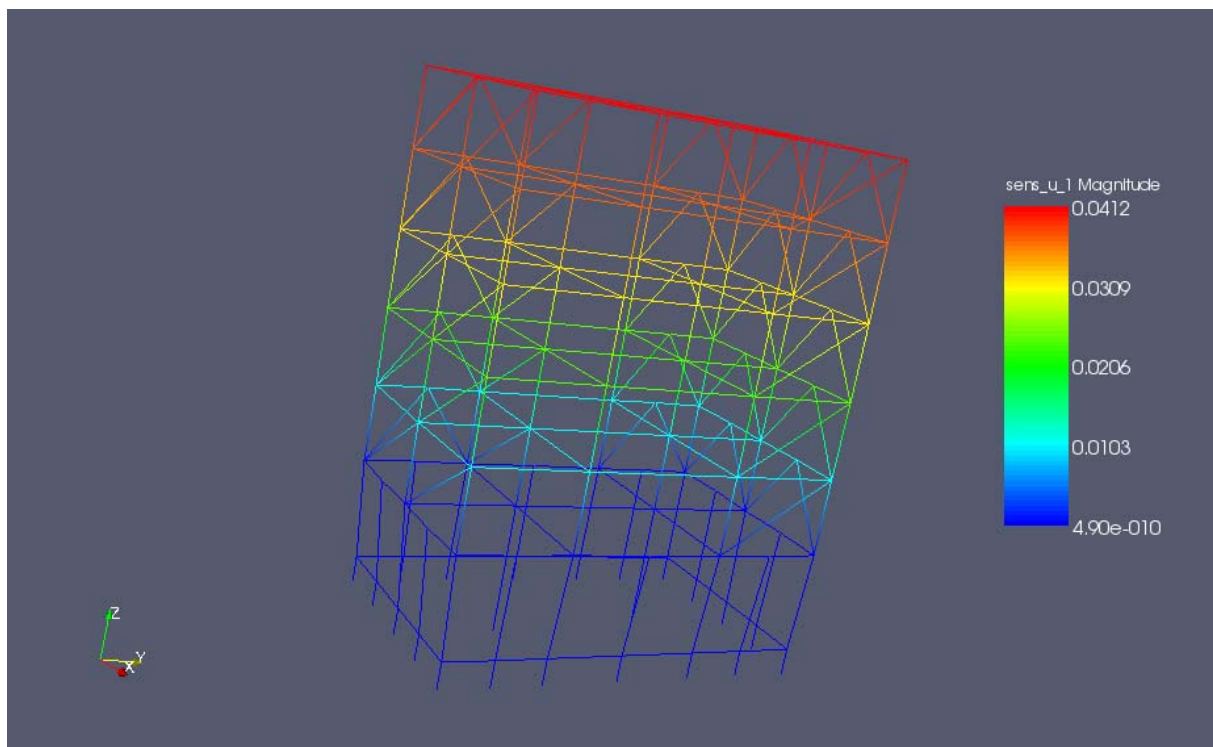
χρησιμοποιήσουμε την αρχή επαλληλίας, οπότε και να ορίσουμε τις ευαισθησίες για οποιοδήποτε συνδυασμό φορτιστικών καταστάσεων από τις ευαισθησίες των επιμέρους φορτίσεων, αυτό δεν ισχύει για τη περίπτωση των δεικτών ανεπάρκειας. Η εξήγηση είναι πως οι δείκτες ανεπάρκειας εξαρτώνται από μεγέθη (αντοχές) σχεδιασμού, για τα οποία δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την αρχή επαλληλίας.

Στα πλαίσια της εργασίας αυτής, δυο συνδυασμοί φορτίσεων λήφθηκαν υπόψη:

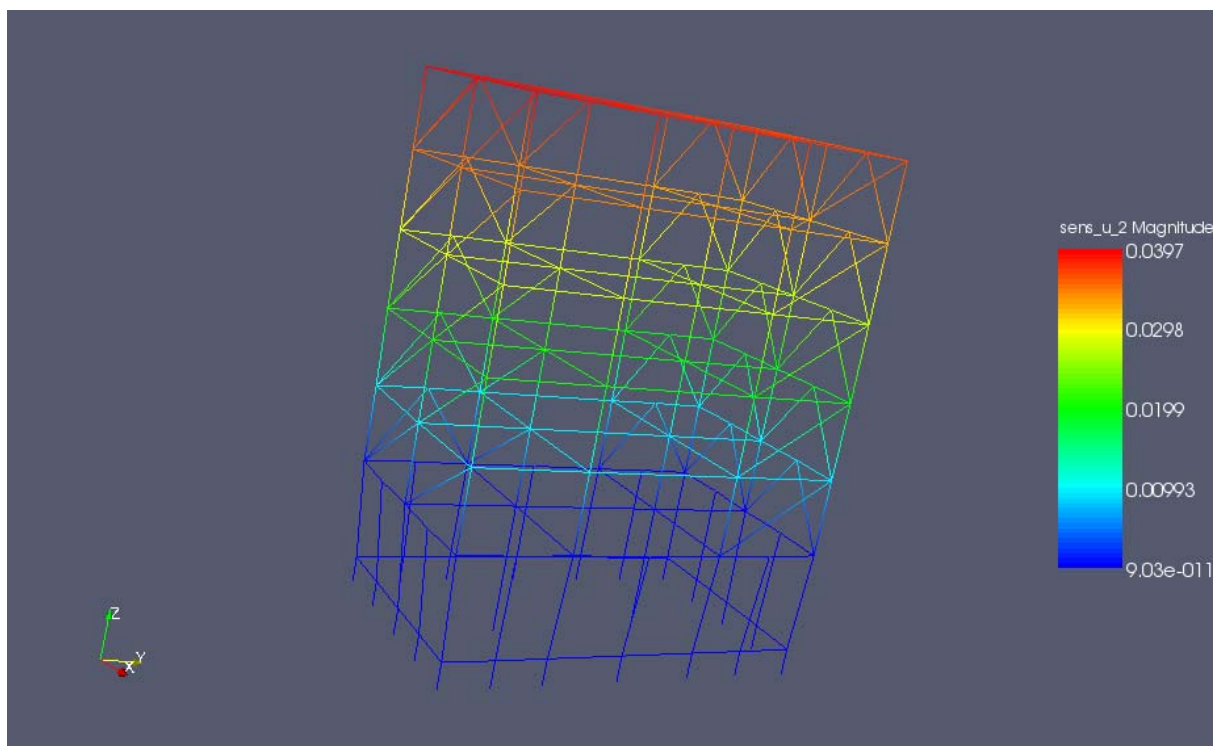
(1) Σεισμός κατά y: $g+0.3q+Ey$

(2) Σεισμός κατά x: $g+0.3q+Ex$

όπου g τα μόνιμα φορτία, q τα κινητά φορτία και E η σεισμική φόρτιση. Όσον αφορά στις ευαισθησίες των μετακινήσεων στις δυο κάθετες διευθύνσεις ως προς τη δυσκαμψία του συνόλου της τοιχοποιίας του κτηρίου (δες Σχ. 3 και 4), η ανάλυση έδειξε πως είναι τις ίδιες τάξης μεγέθους για τους σεισμικούς συνδυασμούς στις αντίστοιχες διευθύνσεις, με μια ελαφρώς μεγαλύτερη επιρροή στη διεύθυνση y. Όπως και πριν, το σχετικό μέγεθος των αδιάστατων συντελεστών ευαισθησίας καθορίζει το κατά πόσο υπάρχει επιρροή ή όχι της συγκεκριμένης μηχανικής παραμέτρου στο πεδίο των μετακινήσεων της κατασκευής υπό μελέτη.



Σχήμα 3. Κατανομή ευαισθησίας των μετακινήσεων κατά τον y-άξονα, για το σεισμικό συνδυασμό στη y-διεύθυνση.



Σχήμα 4. Κατανομή ευαισθησίας των μετακινήσεων κατά τον x-άξονα, για το σεισμικό συνδυασμό στη x-διεύθυνση.

Περιγραφή πενταώροφου κτηρίου από Ο/Σ

Το υπό μελέτη κτήριο που παρουσιάζεται ως παράδειγμα είναι μια παλαιά κατασκευή από οπλισμένο σκυρόδεμα (B225), με οπλισμό από χάλυβα StIII με νευρώσεις. Το κτήριο αποτελείται από πέντε ορόφους πάνω από το έδαφος, συν ένα υπόγειο. Επιπλέον, σε όλους τους ορόφους (συμπεριλαμβανόμενου και του ισογείου) συναντάμε τοιχοποιία πλήρωσης, μπατική και με μέτρια σφήνωση στο επάνω μέρος. Το υλικό της τοιχοποιίας είναι από οπτόπλινθους θλιπτικής αντοχής $f_{bc}=5.0 \text{ MPa}$ και κονία αντοχής $f_{mc}=3.0 \text{ MPa}$. Η θλιπτική αντοχή κατά τη διεύθυνση της διαγωνίου εκτιμάται από τη σχέση

$$f_{wc,s,m} = k \times f_{bc}^{0.7} \times f_{mc}^{0.7} = 0.45 \times 5^{0.7} \times 3^{0.3} @ 2.0 \text{ MPa} \quad (13)$$

Τέλος, οι δυο ακραίες τιμές του μέτρου ελαστικότητας είναι $E = \{ 1000.0 , 2000.0 \} \text{ MPa}$. Για το προσομοίωμα της κατασκευής αυτής έχουν ληφθεί όλοι οι απαραίτητοι επιμέρους συντελεστές ασφάλειας, όπως προτείνονται στο προσχέδιο του κανονισμού επεμβάσεων (ΚΑΝΕΠΕ 2004).

Υπολογισμός των δεικτών ανεπάρκειας και των ευαισθησιών τους

Ως δείκτης ανεπάρκειας ενός κατακόρυφου δομικού στοιχείου ορίζεται ο λόγος της αντοχής σχεδιασμού προς την απαιτούμενη αντοχή. Επιπροσθέτως, ορίζεται ο δείκτης ανεπάρκειας ορόφου που ουσιαστικά είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των δεικτών ανεπάρκειας των επιμέρους κατακόρυφων στοιχείων που απαρτίζουν τον συγκεκριμένο όροφο. Η στάθμιση αυτή για κάθε επιμέρους στοιχείο γίνεται με βάρος το ποσοστό της τέμνουσας που αναπτύσσεται και αναλογεί στην κάθε σεισμική διεύθυνση.

Για τον υπολογισμό της ευαισθησίας του δείκτη ανεπάρκειας δομικών στοιχείων χρησιμοποιείται στο παραγόμενο λογισμικό Η/Υ η **ΜΠΑ** και συγκεκριμένα η μέθοδος κεντρικής διαφοράς. Τέλος, για την ευαισθησία του δείκτη ανεπάρκειας ορόφου γίνεται ο υπολογισμός μέσω των δεικτών ανεπάρκειας των επιμέρους στοιχείων που τον απαρτίζουν χρησιμοποιώντας τον κανόνα παραγώγισης για σύνθετη συνάρτηση (chain rule of differentiation).

Ως εφαρμογή επιλέχθηκε να διερευνηθεί η επιρροή των τοιχοπληρώσεων του πρώτου ορόφου στους δείκτες ανεπάρκειας των υπολοίπων ορόφων. Θεωρούμε πως η δυσκαμψία του συνόλου των τοιχοπληρώσεων του πρώτου ορόφου μεταβάλλεται αναλογικά. Με τη μεθοδολογία που παρουσιάζεται στη παρούσα εργασία μπορεί να διερευνηθεί η συμπεριφορά για διάφορους συνδυασμούς (σενάρια), π.χ. για τμήμα τοιχοποιιών ορόφου, για το σύνολο τοιχοποιιών δομήματος, κ.τ.λ. Η συγκεκριμένη επιλογή σεναρίου που έγινε αφορά στον πρώτο όροφο, και στους παρακάτω δύο πίνακες (3 και 4) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δεικτών ανεπάρκειας ορόφων καθώς και των αντιστοιχών ευαισθησιών. Σημειώνουμε πως τα μεγέθη αυτά είναι αδιάστατα.

Πίνακας 3. Ευαισθησία δεικτών ανεπάρκειας για σεισμικό συνδυασμό στη διεύθυνση y.

Όροφος	Δείκτης Ανεπάρκειας λ_y	Ευαισθησία Δείκτη Ανεπάρκειας λ_y
Ισόγειο	9.56030	9.016300000
1	2.83270	-1.676900000
2	1.42310	0.000927870
3	1.00670	0.007539400
4	0.64270	0.004388100

Πίνακας 4. Ευαισθησία δεικτών ανεπάρκειας για σεισμικό συνδυασμό στη διεύθυνση x.

Όροφος	Δείκτης Ανεπάρκειας λ_x	Ευαισθησία Δείκτη Ανεπάρκειας λ_x
Ισόγειο	2.22090	0.359950000
1	1.30900	-0.794850000
2	0.97039	0.018285000
3	0.66396	0.006082600
4	0.41461	0.000171030

Όπως ήταν αναμενόμενο, μπορεί να παρατηρήσει κανείς από τα παραπάνω αποτελέσματα πως μια αύξηση της δυσκαμψίας των τοιχοπληρώσεων του πρώτου ορόφου θα οδηγούσε σε ανακούφιση του αντίστοιχου ορόφου (αρνητική ευαισθησία), ενώ αντίθετα σε επιβάρυνση του ισόγειου (θετική ευαισθησία). Τονίζουμε εδώ πως η αξία της ανάλυσης ευαισθησίας έγκειται στο ότι παρέχει την απαιτούμενη πληροφορία για την σωστή διερεύνηση πολύπλοκων συστημάτων με μη-προβλέψιμη μηχανική συμπεριφορά.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Κλείνοντας την παραπάνω ανάπτυξη μεθοδολογίας και λογισμικού, πρέπει να αναφερθεί η σπουδαιότητα μιας ανάλυσης ευαισθησίας, που αντικαθιστά εκτεταμένες και χρονοβόρες παραμετρικές σπουδές και παρέχει την απαιτούμενη πληροφορία για την σωστή διερεύνηση πολύπλοκων συστημάτων με μη-προβλέψιμη μηχανική συμπεριφορά και τον εντοπισμό των πιο σημαντικών μεταβλητών που την επιρρεάζουν. Η παρούσα ερευνητική προσπάθεια της κοινοπραξίας ΑΠΘ-VK4M στοχεύει σε μια σύγχρονη και πρακτικά εφαρμόσιμη μεθοδολογία ανάλυσης της κατασκευαστικής ευαισθησίας φορέων υπό στατικές και δυναμικές συνθήκες με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, λαμβάνονται υπ' όψη συμβατικές πλαισιακές κατασκευές που παρουσιάζουν διαφραγματική λειτουργία με (ή δίχως) τοιχεία. Επίσης, το περιβάλλον έδαφος διακριτοποιείται μέσω ελατηρίων, ούτως ώστε οι συνδετήριες δοκοί της θεμελίωσης να θεωρούνται ως δοκοί τύπου Winkler. Αρχικά μελετάται η στατικού τύπου ευαισθησία, και υπολογίζονται αδιάστατοι συντελεστές στους βαθμούς ελευθερίας του προσομοιώματος της κατασκευής για μετακινήσεις, ροπές και τέμνουσες. Οι βασικές ιδιότητες των δομικών στοιχείων που παρουσιάζουν μεταβλητότητα (και οδηγούν στον υπολογισμό κατασκευαστικών ευαισθησιών) είναι οι διαστάσεις της διατομής, οι ελαστικές σταθερές και οι ελατηριακές σταθερές του εδάφους. Σε δεύτερη φάση που αφορά στις δυναμικές φορτίσεις, η ανάλυση ευαισθησίας γίνεται για το ιδιομορφικό πρόβλημα, δηλαδή υπολογίζονται αδιάστατοι συντελεστές για τις ιδιοσυχνότητες (ή τις θεμελιώδεις περιόδους) και τις ιδιομορφές της κατασκευής. Αυτό επιτρέπει τη χρήση φασματικής ανάλυσης για υφιστάμενα (ή και διατηρητέα) κτήρια, προκειμένου να επισκευασθούν (ή να αναπαλαιωθούν) με γνώμονα την ικανοποίηση των σχετικών κανονιστικών διατάξεων. Τέλος, οι εφαρμογές δείχνουν πως είναι δυνατή η συστηματική διερεύνηση ακόμη και της ανεπάρκειας των διαφόρων υποσυστημάτων ενίσχυσης παλαιών κατασκευών με γνώμονα την αναπαλαίωση τους.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ Η/Υ

Για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας αναπτύχθηκε από το Εργαστήριο Στατικής και Δυναμικής του Α.Π.Θ. ένας ad hoc κώδικας πεπερασμένων στοιχείων που επιτρέπει την ανάλυση ευαισθησίας στατικών προβλημάτων, προβλημάτων ιδιοτιμών καθώς και τον υπολογισμό των δεικτών ανεπάρκειας και των ευαισθησιών τους. Ο κώδικας σχεδιάστηκε βάσει των αρχών του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού (object-oriented programming), αναπτύχθηκε στη γλώσσα C++, ενώ για την επίλυση των συστημάτων γραμμικών εξισώσεων και των προβλημάτων ιδιοτιμών έγινε χρήση των κατάλληλων συναρτήσεων της βιβλιοθήκης LAPACK.

Στο Σχήμα 5 παρουσιάζεται ο ψευδο-κώδικας (flowchart) επίλυσης προβλημάτων στατικής ευαισθησίας, όπου με μπλε χρώμα διακρίνονται τα βήματα που απαιτούνται πλέον μιας τυπικής στατικής ανάλυσης. Ανάλογα επεκτάθηκε σε προβλήματα ευαισθησίας και ο αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος ιδιοτιμών. Τέλος, όσον αφορά στους δείκτες ανεπάρκειας και των ευαισθησιών τους, ο υπολογισμός τους γίνεται εφόσον έχει ολοκληρωθεί η ανάλυση ευαισθησίας και σύμφωνα με τα όσα περιγράφονται στην αντίστοιχη παράγραφο.

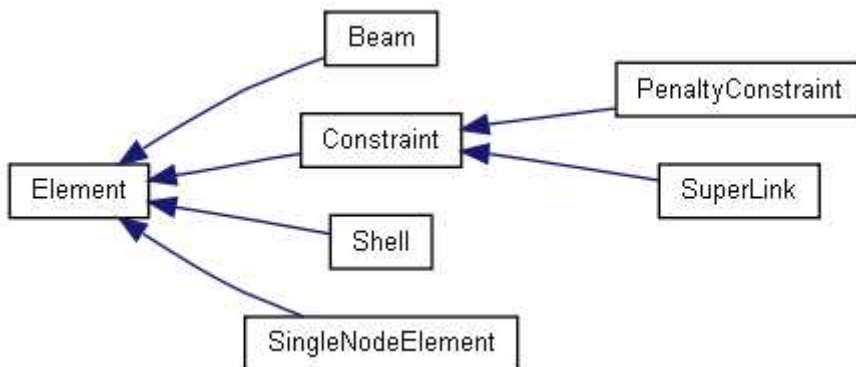
Σαν στοιχεία (elements) στον παραπάνω αλγόριθμο, ορίζονται τόσο τα στοιχεία δοκού και κελύφους που χρησιμοποιήθηκαν στα παραδείγματα, όσο και στοιχεία που προσθέτουν μάζα ή δυσκαμψία σε μεμονωμένους κόμβους, καθώς και οι συνοριακές συνθήκες και οι καταναγκασμοί (Σχ. 6). Κάθε στοιχείο συνεισφέρει αντιστοίχως του τύπου του στο γενικό

σύστημα γραμμικών εξισώσεων που προκύπτει (Σχ. 7) ανάλογα με το πρόβλημα που εξετάζεται (Σχ. 8).

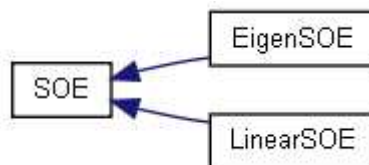
```

for all elements:
    soe→addElementalStiffnessMatrix()
soe→decompose()
for all loadcases
    loadcase→applyNodalLoads()
    for all nodes:
        soe→addNodalResidual()
    loadcase→applyElementalLoads()
    for all elements:
        soe→addElementalResidual()
    soe→backsubstitute()
    domain→updateDisplacements()
    loadcase→applySensitivityLoads()
    for all elements:
        soe→addGradientElementalResidual()
    soe→backsubstitute()
    domain→updateSensitivities()
  
```

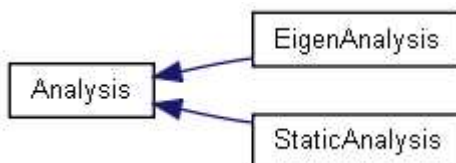
Σχήμα 5. Ψευδο-κώδικας (flowchart) επίλυσης προβλημάτων στατικής ευαισθησίας.



Σχήμα 6. Ιεραρχία κλάσης πεπερασμένου στοιχείου του προγράμματος.

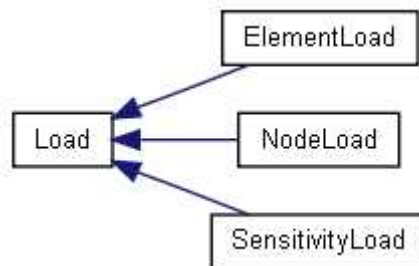


Σχήμα 7. Ιεραρχία κλάσης γενικού συστήματος εξισώσεων του προγράμματος.



Σχήμα 8. Ιεραρχία κλάσης προβλήματος.

Τέλος αξίζει να αναφερθεί ότι οι παράμετροι ως προς τις οποίες θα γίνουν οι αναλύσεις ευαισθησίας αντιμετωπίζονται σαν φορτία (Σχ. 9) και αποθηκεύονται κάθε φορά στις αντίστοιχες περιπτώσεις φορτίσεων (loadcases).



Σχήμα 9. Ιεραρχία κλάσης φορτίου του προγράμματος.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Οι συγγραφείς επιθυμούν να ευχαριστήσουν την Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας (ΓΓΕΤ), Αθήνα, για την οικονομική ενίσχυση της παρούσης ερευνητικής προσπάθειας μέσω του προγράμματος ΠΑΒΕΤ 2005 του Γ' ΚΠΣ, Υποέργο 05ΠΑΒ327 προς την εταιρεία ΝΚ-4Μ, με τίτλο «Ανάπτυξη Λογισμικού Η/Υ για Ανάλυση Κατασκευών υπό Επισκευή και Αναπαλαίωση». Επίσης, ο υποψήφιος διδάκτωρ κ. Φ.Ε. Καραουλάνης επιθυμεί να εκφράσει τις ευχαριστίες του στο Ίδρυμα Κρατικών Υποτροφιών (Ι.Κ.Υ.) για την οικονομική υποστήριξή του (σύμβαση υπ. αριθμ. 4506/05).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- ΕΑΚ (2000), *Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός*, ΟΑΣΠ, Αθήνα.
- ΕΚΟΣ (2000), *Ελληνικός Κανονισμός Οπλισμένου Σκυροδέματος*, ΟΑΣΠ, Αθήνα.
- ΚΑΝΕΠΕ (2004), *Κανονισμός Επεμβάσεων, Προσχέδιο 1*, ΟΑΣΠ, Αθήνα.
- Haukaas T. and Kiureghian A.D. (2004). *Finite Element Reliability and Sensitivity Methods for Performance-Based Earthquake Engineering*, PEER Report 2003/14, Berkeley, California, 2004.
- Kleiber M., Antunez H., Hien T.D., and Kowalczyk P. (1997). *Parameter Sensitivity in Nonlinear Mechanics-Theory and Finite Element Computations*, John Wiley & Sons, New York.
- Liu, W.K., Belytschko, T. and Mani, A. (1986). "Random field finite elements", *International Journal Numerical Methods Engineering*, Vol. 23, pp. 1831-1845.
- Manolis, G.D., Juhn, G., Constantinou, M.C. and Reinhorn, A.M. (1990). *Secondary Systems in Base-isolated Structures: Experimental Investigation, Stochastic Response and Stochastic Sensitivity*, Technical Report NCEER-90-0013, State University of New York, Buffalo, New York, 1990.
- Manolis G.D. and Koliopoulos P.K. (2001). *Stochastic Structural Dynamics in Earthquake Engineering*, WIT Press, Southampton.
- Vanmarke, E., Shinozuka, M., Nakagiri, S., Schueller, G.I. and Grigoriu, M. (1986). "Random fields and stochastic finite elements", *Structural Safety*, Vol. 3, pp. 143-166.
- Wempner, G. and Talaslidis, D. (2003). *Mechanics of Solids and Shells: Theories and Approximations*, CRC Press, Boca Raton, Florida.