

Συγκριτική Αξιολόγηση Προσομοιωμάτων Τοιχείων και Πυρήνων Κτηρίων με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων και Πειραματικά Αποτελέσματα

Experimental verification of shear wall modeling using finite element analysis

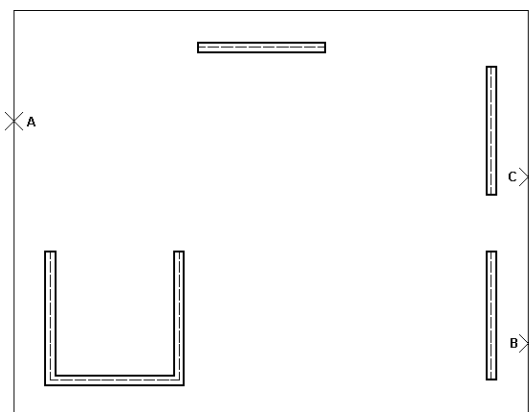
ΠΑΠΑΧΡΗΣΤΙΔΗΣ, Α.Γ. Πολιτικός Μηχανικός, 4M-VK Προγράμματα Πολιτικού Μηχανικού, Ε.Π.Ε.
ΒΑΔΑΛΟΥΚΑΣ, Γ.Ν. Πολιτικός Μηχανικός, 4M-VK Προγράμματα Πολιτικού Μηχανικού, Ε.Π.Ε.
ΒΑΔΑΛΟΥΚΑ, Β.Γ. Λέκτορας Τ.Ε.Μ.Φ.Ε. Ε.Μ.Π.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ: Η παρούσα εργασία έχει ως αντικείμενο την διερεύνηση διαφορετικών τρόπων προσομοίωσης των τοιχείων και των πυρήνων σε κτήρια οπλισμένου σκυροδέματος. Εξετάζεται η προσομοίωση τριώροφης κατασκευής που αποτελείται από τρία επίπεδα τοιχεία και ένα πυρήνα σχήματος "Π", κάτω από διάφορες περιπτώσεις στατικής φόρτισης. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης συγκρίνονται με πειραματικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την φόρτιση δοκιμίου και μέτρηση των μετατοπίσεων, καθώς και προσδιορισμό των τάσεων από οπτικές μεθόδους.

ABSTRACT: A three – storey building structure from elastic material is modeled using Lexan and its behavior under an external static loading is examined. Using the photoelastic method we inspect the stresses at shear walls and the experimental results are compared with the corresponding results of a computational model by finite element method application which was developed to describe the problem. Several ways of modeling the specific building are examined and compared.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο φορέας που εξετάστηκε είναι μία τριώροφη κατασκευή με την κάτοψη του Σχήματος 1. Η κάτοψη περιλαμβάνει τρία επίπεδα τοιχεία και ένα ανοικτό πυρήνα διατομής Π στο κάτω αριστερό άκρο. Στο σημείο Α του τρίτου ορόφου εφαρμόστηκε η εξωτερική φόρτιση και στα σημεία Β του τρίτου ορόφου και C του δεύτερου ορόφου μετρήθηκαν οι σχετικές μετατοπίσεις. Ο φορέας πακτώθηκε σε τέσσερα σημεία στη βάση του.



Σχήμα 1: Κάτοψη κτηρίου

Figure 1: Framework plan of the typical level

Η μέθοδος της φωτοελαστικότητας χρησιμοποιείται ευρύτερα σε προβλήματα στα οποία είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός των τάσεων σε εκτεταμένες περιοχές του φορέα. Επιπλέον, παρέχει οπτική ένδειξη για περιοχές

που εντείνονται σε μεγάλο βαθμό τόσο στην επιφάνεια, όσο και στο εσωτερικό του φορέα.

2. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ

Το δοκίμιο κατασκευάστηκε από Lexan πάχους 6mm. Το υλικό αυτό είναι κατάλληλο τόσο για καυστικές μεθόδους, όσο και για τη μέθοδο της φωτοελαστικότητας. Η μέθοδος της φωτοελαστικότητας βασίζεται στην ιδιότητα μερικών υλικών κατά την οποία το φως διέρχεται από αυτά με ταχύτητα που σχετίζεται με την διαφορά των κυρίων τάσεων του υλικού. Σύμφωνα με τη μέθοδο της φωτοελαστικότητας το δοκίμιο τοποθετείται μεταξύ δυο πλακών ενός κυκλικά πολωμένου πεδίου και κατά την φόρτισή του λαμβάνονται ισοχρωματικοί κροσσοί. Οι ισοχρωματικές αυτές τροχιές απεικονίζουν την διαφορά των κυρίων τάσεων. Το πειραματικό δοκίμιο παρουσιάζεται στην Φωτογραφία 1. Το εξωτερικό φορτίο έφτασε σταδιακά ως την τιμή των 600N, δύναμη κατά την οποία ξεκίνησε η αστοχία των συγκολλήσεων του δοκιμίου. Κατά τη διάρκεια της φόρτισης μετρήθηκαν οι μετατοπίσεις σε δύο χαρακτηριστικά σημεία του δοκιμίου.



Φωτογραφία 1: Πειραματικό δοκίμιο
Photograph 1: Experimental model

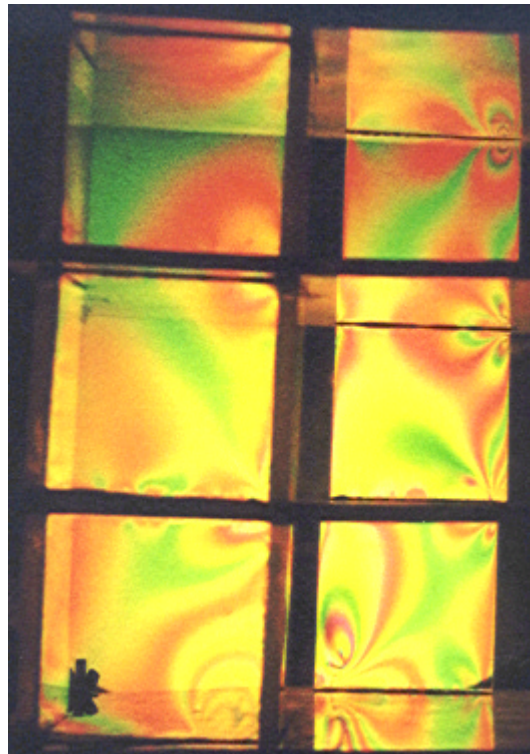
3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Οι ισοχρωματικοί κροσσοί συσχετίζονται με τις κύριες τάσεις σύμφωνα με τον οπτικό νόμο:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_{\max} = \frac{C}{b} \cdot N \quad (1)$$

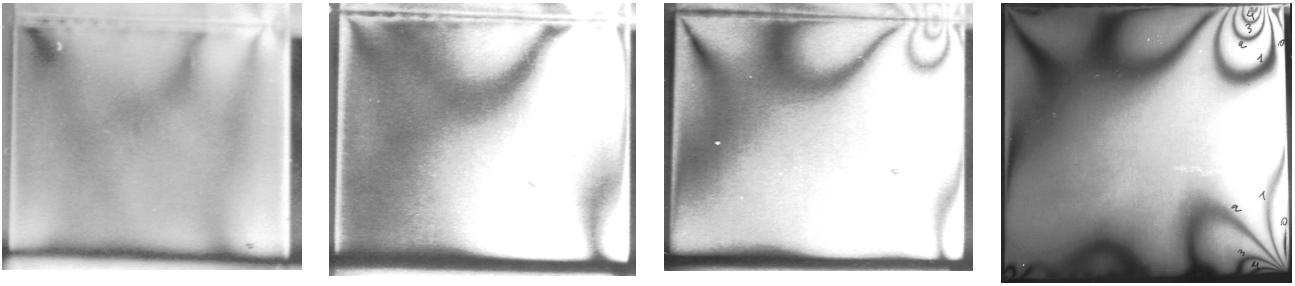
όπου σ_1 , σ_2 είναι αντίστοιχα η αλγεβρικά μέγιστη και ελάχιστη κύρια τάση, τ_{\max} είναι η μέγιστη διατμητική τάση, C η οπτική σταθερά του υλικού και N η τάξη των ισοχρωματικών τροχιών στο σημείο που εξετάζουμε, δηλαδή ο αριθμός των κροσσών που σχηματίζονται στο

σημείο αυτό. Η ισοχρωματική απεικόνιση του δοκιμίου φαίνεται στην Φωτογραφία 2.



Φωτογραφία 2: Ισοχρωματική απεικόνιση
Photograph 2: Isochromatic pattern

Στις Φωτογραφίες 3a-d παρουσιάζονται οι ισοχρωματικοί κροσσοί ενός τοιχείου του τρίτου ορόφου για εξωτερική φόρτιση που αυξάνεται σταδιακά έως την τιμή των 600N. Στη Φωτογραφία 3d μετρώνται 4 ισοχρωματικοί κύκλοι. Δεδομένου ότι η οπτική σταθερά του Lexan είναι 16.42N/cm από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η διαφορά των κυρίων τάσεων είναι 109.47 N/cm².



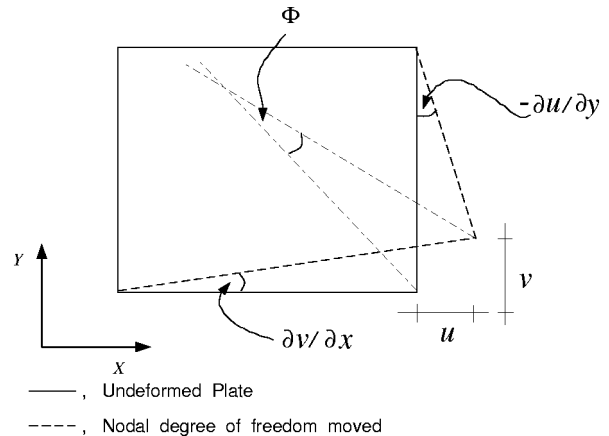
Φωτογραφία 3a,b,c,d: Δημιουργία ισοχρωματικών κροσσών
 Photograph 3a,b,c,d: Photoelastic pattern for gradually increasing externally applied load

4. ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Για την ανάλυση του κτηρίου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκε ένα τετραπλευρικό επίπεδο στοιχείο κελύφους, με έξι βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο. Ο έκτος βαθμός ελευθερίας προέκυψε συνδυάζοντας ένα στοιχείο μεμβράνης με τον στροφικό βαθμό θz (drilling degree of freedom) και ενός στοιχείου πλάκας. Ο στροφικός βαθμός ελευθερίας εισάγεται μέσω της παραμετρικής μορφοποίησης, η οποία επιβάλλει την ισότητα του ανεξάρτητου στροφικού πεδίου με το λοξά συμμετρικό τμήμα του διανύσματος μετατοπίσεων.

Σε μοντέλα μικρών παραμορφώσεων οι μεμβρανικές και οι καμπτικές παραμορφώσεις δεν αλληλεμπλέκονται στην ενεργειακή εξίσωση κάθε στοιχείου. Η αλληλεμπλοκή αυτή συμβαίνει μόνο στα όρια μεταξύ των στοιχείων. Ως εκ τούτου θεωρήθηκε ένα επίπεδο στοιχείο κελύφους σαν συνδυασμός ενός στοιχείου επίπεδου έντασης και ενός στοιχείου πλάκας. Στο στοιχείο που προέκυψε οι μετατοπίσεις εντός του επιπέδου δεν επηρεάζουν τις καμπτικές παραμορφώσεις και αντίστροφα.

Η φυσική του έννοια του στροφικού βαθμού ελευθερίας εκφράζεται στη γωνία κατά την οποία περιστράφηκε η διχοτόμος της γωνίας των δύο γειτονικών πλευρών του στοιχείου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: Φυσική σημασία του στροφικού βαθμού ελευθερίας
 Figure 2: Physical interpretation of the drilling degree of freedom

Ο στροφικός βαθμός ελευθερίας εντός του επιπέδου (drilling degree of freedom) δίνεται από τον τύπο:

$$\Phi = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

Το επίπεδο στοιχείο κελύφους μορφώνετε σύμφωνα με την παραμετρική μορφοποίηση κατά την οποία περιέχεται ένα ανεξάρτητο στροφικό πεδίο για τον στροφικό βαθμό ελευθερίας. Η παραμετρική μορφοποίηση προτάθηκε από τους Hughes και Brezzi [4, 5] και εισάγει το λοξά συμμετρικό τμήμα του τάνυση των τάσεων ως ένα πολλαπλασιαστή Lagrange για να επιβάλει την ισότητα των ανεξάρτητων στροφών με το λοξά συμμετρικό τμήμα του διανύσματος μετατοπίσεων. Ο Taylor συνδύασε αυτή την παραμετρική μορφοποίηση με μία παρεμβολή τύπου Allman για το πεδίο των μετατοπίσεων [6].

Σύμφωνα με την παραμετρική μορφοποίηση [4,6] ισχύει:

$$\begin{aligned} \Pi_{\rho}(\bar{u}, \bar{\Phi}) = & \frac{1}{2} \int_{\Omega} \text{symm}(\nabla \bar{u}) \cdot C \cdot \text{symm}(\nabla \bar{u}) d\Omega + \\ & + \frac{1}{2} \rho \int_{\Omega} \left| \text{skew}(\nabla \bar{u}) - \bar{\Phi} \right|^2 d\Omega - \int_{\Omega} \bar{u} \cdot f d\Omega \end{aligned} \quad (3)$$

όπου \bar{u} , $\bar{\Phi}$ είναι οι μετατοπίσεις και στροφές αντίστοιχα του ορίου Ω , f οι γενικευμένες εξωτερικές δυνάμεις, και ρ παράμετρος σφάλματος. Η αντίστοιχη παραμετρική μορφή είναι:

$$\begin{aligned} 0 = D\Pi_{\rho}(u, \Phi) \left(\bar{u}, \bar{\Phi} \right) = & \\ = \int_{\Omega} \text{symm}(\nabla \bar{u}) \cdot C \cdot \text{symm}(\nabla u) d\Omega & \\ + \rho \int_{\Omega} \left[\text{skew}(\nabla \bar{u}) - \bar{\Phi} \right]^T \left[\text{skew}(\nabla u) - \Phi \right] d\Omega - \int_{\Omega} \bar{u} \cdot f d\Omega & \end{aligned} \quad (4)$$

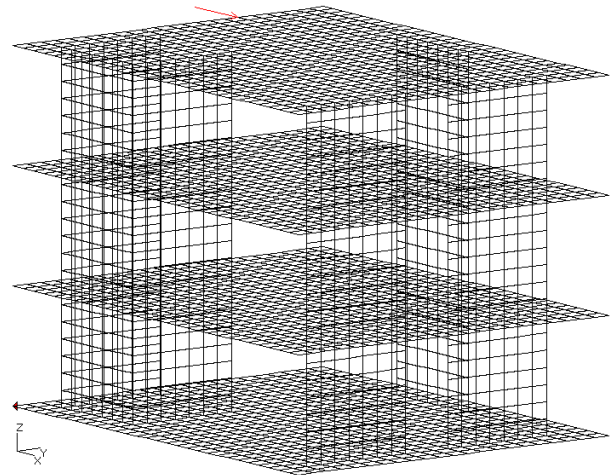
Από τον πρώτο όρο στην παραμετρική μορφοποίηση παράγεται το μητρώο ακαμψίας του στοιχείου,

$$[K] = \int_{\Omega} [\bar{B}]^T [C] [\bar{B}] d\Omega \quad (5)$$

Το καμπτικό τμήμα του στοιχείου κελύφους αντιστοιχεί σε ένα τετραπλευρικό στοιχείο πλάκας κατά Kirchhoff με 12 βαθμούς ελευθερίας (discrete Kirchhoff quadrilateral plate element DKQ). Η μόρφωση του DKQ στοιχείου βασίζεται στην διακριτοποίηση της ενέργειας παραμόρφωσης. Το στοιχείο αυτό δεν λαμβάνεται υπόψη τη εγκάρσια διατμητική ενέργεια παραμόρφωσης.

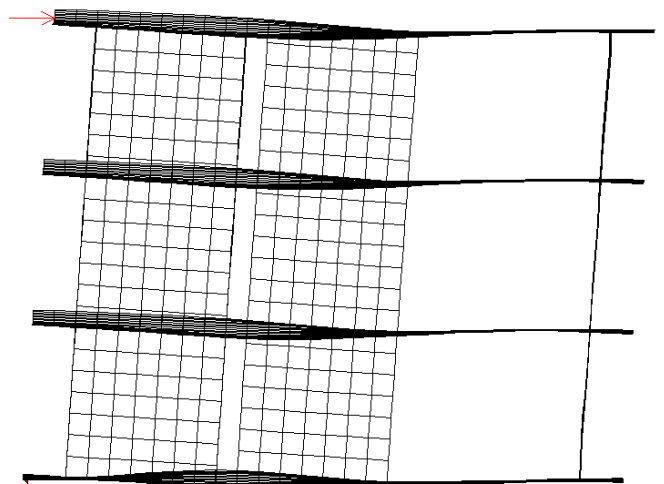
5. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Για την ανάλυση του φορέα με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα STRAD FE [10] και το τετραπλευρικό στοιχείο που παρουσιάσθηκε παραπάνω. Το αντίστοιχο μοντέλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 3. Αποτελείται από 3494 κόμβους και 3346 στοιχεία. Στο Σχήμα 4 παρουσιάζεται η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα. Το ιστροπικό υλικό του φορέα έχει μέτρο ελαστικότητας Young $E = 280000 \text{ N/cm}^2$, και συντελεστή Poisson $\nu = 0.36$.



Σχήμα 3: Δίκτυο επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων

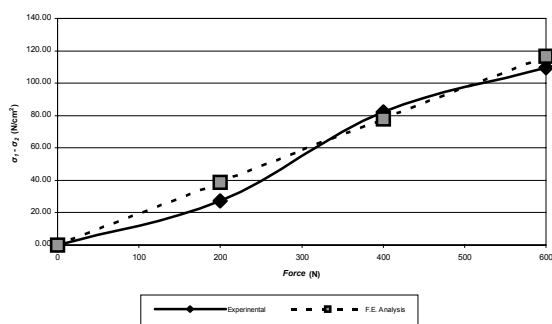
Figure 3: Mesh using shell elements



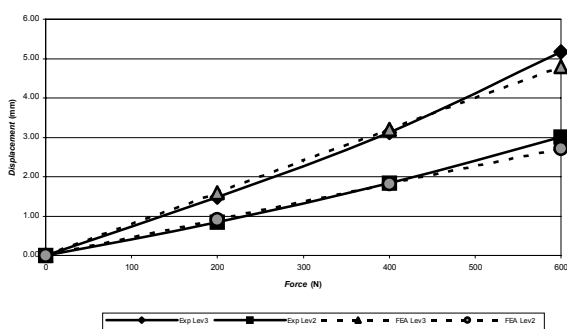
Σχήμα 4: Παραμορφωμένη κατάσταση

Figure 4: Deformed shape

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την υπολογιστική ανάλυση συγκρίθηκαν με τις τιμές που μετρήθηκαν πειραματικά. Στο Γράφημα 1 συγκρίνονται οι τάσεις σε ένα από τα τοιχεία του τρίτου ορόφου. Στο Γράφημα 2 συγκρίνονται οι μετατοπίσεις στα σημεία B (όροφος 3) και C (όροφος 2). Η μικρή απόκλιση στις μετατοπίσεις για τη μέγιστη δύναμη αποδίδεται στην έναρξη της αστοχίας των συγκολλήσεων του δοκιμίου.

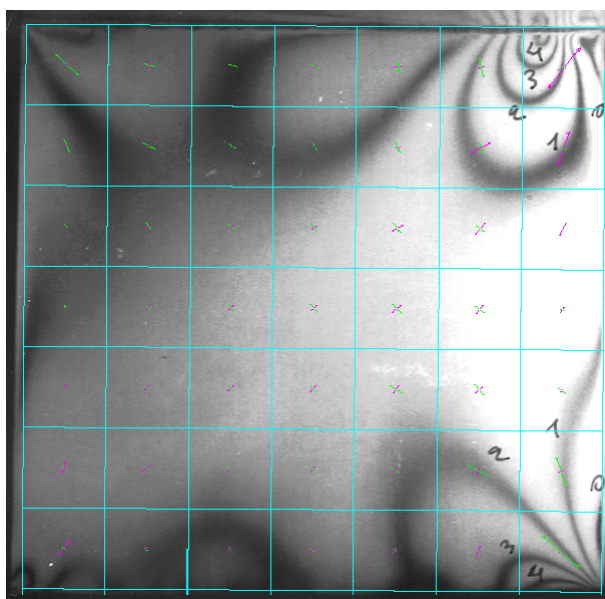


Γράφημα 1: Σύγκριση διαφοράς κυρίων τάσεων
Graph 1: Principal stress difference



Γράφημα 2: Σύγκριση μετατοπίσεων
Graph 2: Displacements

Στην Φωτογραφία 4 έχει παρατεθεί πάνω στην ισοχρωματική απεικόνιση του τοιχείου το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων η διεύθυνση των κυρίων τάσεων όπως προέκυψε από την υπολογιστική ανάλυση.



Φωτογραφία 4: Ισοχρωματική απεικόνιση και διεύθυνση κυρίων τάσεων

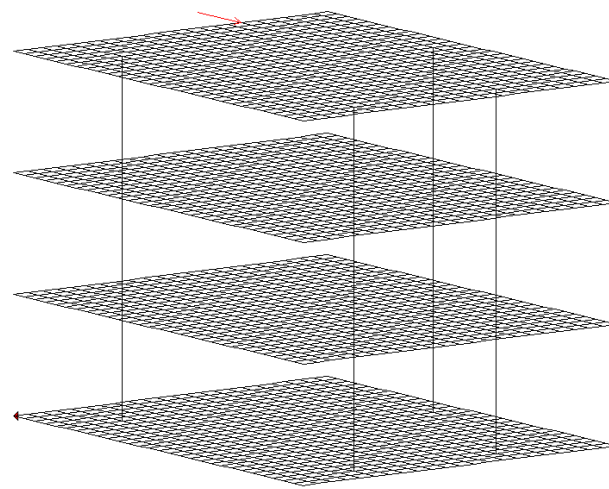
Photograph 4: Isochromatic pattern and direction of principal stresses

6. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΡΑΒΔΩΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

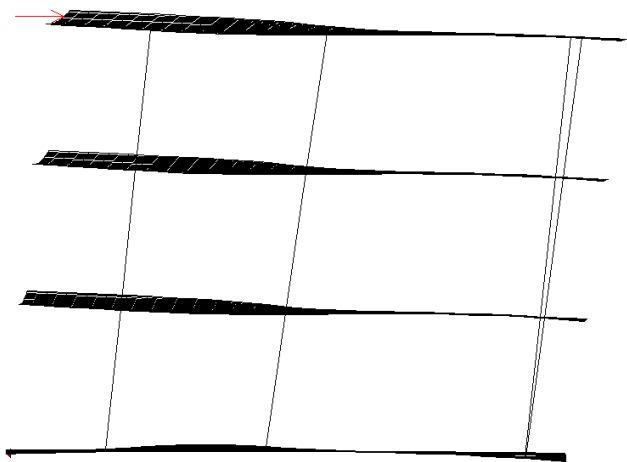
Στη συνέχεια εξετάστηκαν δύο διαφορετικοί τρόποι προσομοίωσης της κατασκευής με ραβδωτά στοιχεία. Κάθε επιφανειακό κατακόρυφο στοιχείο αντικαταστάθηκε από ένα ισοδύναμο στυλο στο κέντρο βάρους της διατομής, με τις ιδιότητες αυτής. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργήθηκαν δύο ομάδες διατομών: μία για τα επίπεδα τοιχεία και μια για τον πυρήνα.

6.1 Μεμονωμένα ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία

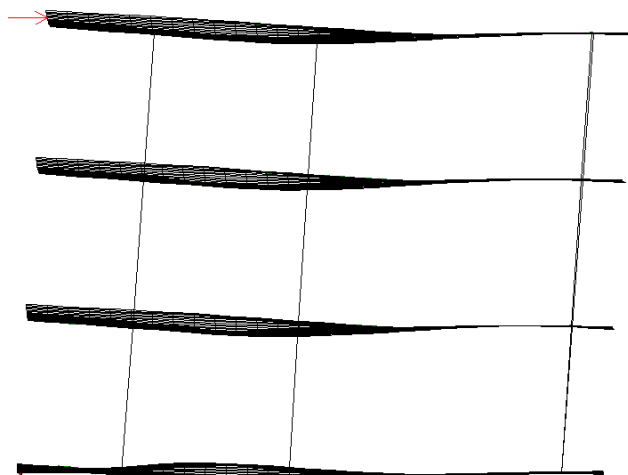
Αρχικά τα στοιχεία δοκού στο χώρο (έξι βαθμοί ελευθερίας ανά κόμβο) συνδέθηκαν κατευθείαν με τα οριζόντια επιφανειακά στοιχεία. Το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων σε αυτήν την περίπτωση παρουσιάζεται στο Σχήμα 5 και η παραμορφωμένη του κατάσταση στο Σχήμα 6.



Σχήμα 5: Δίκτυο ραβδωτών πεπερασμένων στοιχείων
Figure 5: Mesh using beam elements



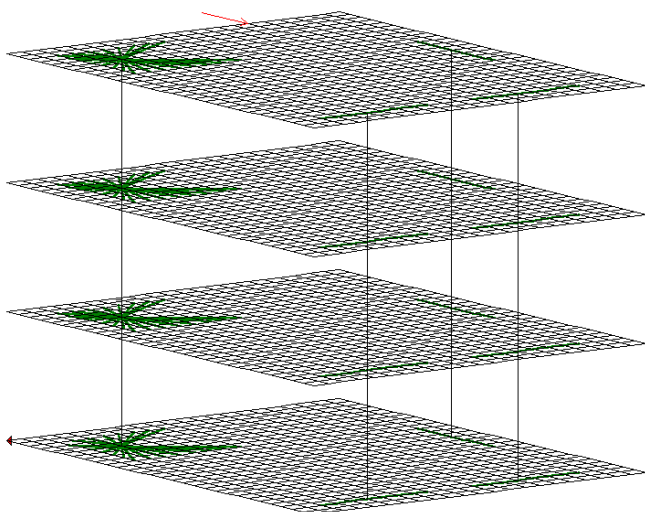
Σχήμα 6: Παραμορφωμένη κατάσταση
Figure 6: Deformed shape



Σχήμα 8: Παραμορφωμένη κατάσταση
Figure 8: Deformed shape

6.2 Ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία συνδυασμένα με άκαμπτους βραχίονες

Στην συνέχεια τα στοιχεία δοκού συνδέθηκαν με τους κόμβους της πλάκας μέσω κινηματικών εξαρτήσεων, που ισοδυναμούν με άκαμπτους βραχίονες. Το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων σε αυτήν την περίπτωση παρουσιάζεται στο Σχήμα 7 και η παραμορφωμένη του κατάσταση στο Σχήμα 8.



Σχήμα 7: Δίκτυο ραβδωτών πεπερασμένων στοιχείων με άκαμπτους βραχίονες
Figure 7: Mesh using beam elements and rigid offsets

Τα αποτελέσματα της αναλύσεων με τους τρεις διαφορετικούς τρόπους προσομοίωσης που παρουσιάστηκαν παραπάνω συνοψίζονται στον Πίνακα 1. Παρατίθενται οι τιμές των μετατοπίσεων των σημείων B και C.

	Επιφανειακά Π.Σ.	Ραβδωτά Π.Σ.	Ραβδωτά Π.Σ. + Άκαμπτοι Βραχίονες
B [mm]	0.4276	1.8657	0.4416
C [mm]	0.2915	1.5245	0.2745

Πίνακας 1: Σύγκριση μετατοπίσεων όπως προέκυψαν από διαφορετικούς τρόπους προσομοίωσης

Table 1: Displacements comparison

7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Οι τιμές των μετατοπίσεων που προέκυψαν με χρήση αποκλειστικά στοιχείων δοκού στο χώρο είναι έως και 500% αυξημένες από αυτές του δικτύου των επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (και αυτών που μετρήθηκαν πειραματικά). Το σφάλμα αυτό ουσιαστικά μηδενίζεται χρησιμοποιώντας κινηματικές εξαρτήσεις για την σύνδεση των στοιχείων δοκού με τα οριζόντια επιφανειακά στοιχεία.

Ενδιαφέρον προκαλεί η ορθότητα των τιμών των μετατοπίσεων με χρήση γραμμικών στοιχείων και κινηματικών εξαρτήσεων παρά το γεγονός ότι η προσομοίωση του πυρήνα έγινε με γραμμικό στοιχείο το οποίο τοποθετήθηκε στο κέντρο βάρους του πυρήνα και με στρεπτική ροπή αδράνειας την υπολογιζόμενη κατά Saint Venant.

8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Αβραμίδης Ι.Ε., Βαχλιώτης Χρ., Μαλακάτας Ν., et al. (1994) “Τρόποι προσομοίωσης και υπολογισμού εντατικών μεγεθών τοιχωμάτων και πυρήνων από σκυρόδεμα”, Έκθεση Ομάδας Εργασίας ΤΕΕ, Αθήνα.
- [2] Badalouka, B.G., Papadopoulos, G.A. and Badaloukas, G.N. (1999) “An experimental study of pre-stressed beam by means of optical methods”, 3rd National Conference on Computational Mechanics, University of Thessaly, Volos, Greece.
- [3] Dally J.W. and Riley W.F. (1965) “Experimental Stress Analysis”, McGraw-Hill Book Co.
- [4] Hughes T.J.R. (1989) “On Drilling Degrees of Freedom”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 72, pp 105-121.
- [5] Hughes T.J.R., Brezzi F., Masud A. and Harari I. (1989) “Finite Elements with Drilling Degrees of Freedom: Theory and Numerical Evaluations”, Proceedings of the Fifth International Symposium on Numerical Methods in Engineering, Computational Mechanics Publications, Ashurst, U.K., pp 3-17.
- [6] Ibrahimbegovic A., Taylor R.J. and Wilson E.L., (1990) “A Robust Quadrilateral Membrane Finite Element with Drilling Degrees of Freedom”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 30, pp 445-457.
- [7] Jin, L. (1996) “Analysis and Evaluation of a Shell Finite Element with Drilling Degree of Freedom”, University of Maryland at College Park.
- [8] Ξενίδης Χ, Αβραμίδης Ι.Ε., Τριαματάκη Μ. (1998) “Συγκριτική Αξιολόγηση Απλοποιημένων Προσομοιωμάτων για Πυρήνες Κτιρίων Ο/Σ υπό Στατική και Δυναμική Φόρτιση”, Τεχνικά Χρονικά Επιστ. Εκδ. ΤΕΕ, τευχ. 3.
- [9] Kuske A. and Robertson G. (1974) “Photoelastic Stress Analysis”, John Wiley and Sons, New York.
- [10] Papachristidis A.G. and Vadaloukas G.N., “mySTRAD FE 2001, Finite Element Analysis Toolkit”, 4M – VK Research and Services, Greece.
- [11] Papachristidis A.G. (2000) “Mesh Generation, Modeling and Solving Structures using Finite Element Analysis”, Post Graduate Thesis supervised by Prof. M.Papadrakakis, National Technical University of Athens, Greece.